

Beispielaufgabe

LGS :

$$\text{I} \quad x_1 \quad \quad \quad + 3x_4 = 12$$

$$\text{II} \quad \quad x_2 \quad \quad \quad - 1x_4 = 5$$

$$\text{III} \quad \quad \quad x_3 \quad + 2x_4 = 4$$

1. Simplex-Tableau zeichnen, Zielfunktion eintragen

Zielfunktion: $ax_1 + bx_2 + cx_3 + dx_4 \stackrel{!}{=} \min$

| | ax_1 | bx_2 | cx_3 | dx_4 | x | x/f |
|--|--------|--------|--------|--------|---|-----|
| | | | | | | |
| | | | | | | |

2. Tableau ausfüllen, Pivotspalten erkennen, linke Seite ausfüllen

| | ax_1 | bx_2 | cx_3 | dx_4 | x | x/f |
|----------------|--------|--------|--------|--------|----|-----|
| $a \leftarrow$ | 1 | 0 | 0 | 3 | 12 | |
| $b \leftarrow$ | 0 | 1 | 0 | -1 | 5 | |
| $c \leftarrow$ | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | |

Pivotspalten

3. Delta-Werte bestimmen

| | ax_1 | bx_2 | cx_3 | dx_4 | x | x/f |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------------------|----|-----|
| a | 1 | 0 | 0 | 3 | 12 | |
| b | 0 | 1 | 0 | -1 | 5 | |
| c | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | |
| Delta-Werte \rightarrow | 0 | 0 | 0 | $3a - 1b + 2c - d$ | | |

immer bei Pivot-Spalten
immer vorgegeben

4. Engpässe bestimmen

| | $a x_1$ | $b x_2$ | $c x_3$ | $d x_4$ | x | x/f |
|---------------|---------|---------|---------|--------------|----|-----|
| a | 1 | 0 | 0 | 3 | 12 | 4 |
| b | 0 | 1 | 0 | -1 | 5 | — |
| c | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 2 |
| Delta-Werte → | 0 | 0 | 0 | $3a-1b+2c-d$ | | |

Nicht optimal, bis jeder Wert ≤ 0

Spalte mit höchstem positiven Delta-Wert
↓

Engpässe
(falls negativ
→ „-“
→ nicht beachten)

kleinster Engpass

5. Neue Pivotspalte/-zeile finden

| | $a x_1$ | $b x_2$ | $c x_3$ | $d x_4$ | x | x/f |
|---------------|---------|---------|---------|--------------|----|-----|
| a | 1 | 0 | 0 | 3 | 12 | 4 |
| b | 0 | 1 | 0 | -1 | 5 | — |
| c | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | 2 |
| Delta-Werte → | 0 | 0 | 0 | $3a-1b+2c-d$ | | |

kleinster Engpass

größter positiver Delta-Wert

6. Basiswechsel durchführen

| | $a x_1$ | $b x_2$ | $c x_3$ | $d x_4$ | x | x/f |
|--|---------|---------|---------|---------|----|-------------------|
| | 1 | 0 | 0 | 3 | 12 | $ -3 \text{ III}$ |
| | 0 | 1 | 0 | -1 | 5 | $ + \text{ III}$ |
| | 0 | 0 | 1 | 2 | 4 | $:2$ |

7. Neues Simplex-Tableau auswerten

| | $a x_1$ | $b x_2$ | $c x_3$ | $d x_4$ | x | x/f |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---|-----|
| a | 1 | 0 | -1,5 | 0 | 6 | |
| b | 0 | 1 | 0,5 | 0 | 7 | |
| d | 0 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | |
| Delta-Werte → | 0 | 0 | < 0 | 0 | | |

$-1,5a + 0,5b + 0,5d - c$
 Annahme: negativ

8. Optimale Werte ablesen

| | $a x_1$ | $b x_2$ | $c x_3$ | $d x_4$ | x | x/f |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---|-----|
| a | 1 | 0 | -1,5 | 0 | 6 | |
| b | 0 | 1 | 0,5 | 0 | 7 | |
| d | 0 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | |
| Delta-Werte → | 0 | 0 | < 0 | 0 | | |

$x_1 = 6 \quad x_2 = 7 \quad x_3 = 0 \quad x_4 = 2$

9. Zielwert bestimmen

| | $a x_1$ | $b x_2$ | $c x_3$ | $d x_4$ | x | x/f |
|---------------|---------|---------|---------|---------|----|-----|
| a | 1 | 0 | -1,5 | 0 | 6 | |
| b | 0 | 1 | 0,5 | 0 | 7 | |
| d | 0 | 0 | 0,5 | 1 | 2 | |
| Delta-Werte → | 0 | 0 | < 0 | 0 | ZW | |

Zielwert = $6a + 7b + 2d$